

Kapitel 1

Hvad er formel logik?

Hvad er logik? I daglig tale betyder 'logisk' tænkning den rationelt overbevisende tænkning. Og logik kan tilsvarende defineres som den rationelle tæknings videnskab. Betragt de følgende eksempler:

1. Ingen virus kan reproducere udenfor en plante- eller dyrecelles omgivelser. Den almindelige forkølelse er forårsaget af en virus. Derfor kan den almindelige forkølelses-forårsagende virus ikke reproducere udenfor en plante- eller dyrecelles omgivelser.
2. Ingen mennesker, der bevidst og undgåeligt sætter deres helbred i fare, er rationelle. Alle mennesker, der drikker store mængder alkohol, sætter bevidst og undgåeligt deres helbred i fare. Så ingen mennesker, der drikker store mængder alkohol, er rationelle.
3. Violer er lilla; nogle af de blomster, jeg så, var lilla. Så nogle af de blomster, jeg så, var violer.
4. Ingen dyr er intelligente. Alle mennesker er intelligente. Så ingen mennesker er dyr.

Alle disse eksempler er *argumenter*: De har alle to præmisser (en tilfældig omstændighed) og en konklusion, som er den dom, eksemplerne gerne skulle overbevise os om. I den ovennævnte almindelige brug af ordet drejer logik sig om, hvilke argumenter der bør anses som overbevisende. Hvilke af (1)-(4) falder indenfor denne kategori? Bemærk at vi for at afgøre dette må stille to forskellige spørgsmål: nemlig, er præmisserne *sande*; og *følger* konklusionen af præmisserne? Kun hvis vi kan svare 'ja' til begge disse spørgsmål, er et argument rationelt overbevisende.

Hvad betyder det at 'følge af'? Vi har her at gøre med et af den filosofiske logiks helt centrale begreber, hvis afklaring er et særdeles vanskeligt og dybtrækkende problem. I slutningen af kurset skal vi have givet og afklaret mindst et eksplicit svar, der kan anvendes på en stor klasse af argumenter. Dog vil vi indtil videre nøjes med at tydeliggøre begrebet ved eksempler. I eksemplerne (1), (2) og (4) ovenfor følger konklusionen rigtignok fra præmisserne, mens den ikke gør det i (3). Hvorfor ikke? Fordi vi i (3) kan fortælle en historie om, hvordan det kan være tilfældet, at alle præmisserne er sande, mens konklusionen er falsk (sørg for at du er med på dette). Men i (1), (2) og (4) kan en sådan historie ikke fortælles.

Groft sagt: En konklusion følger af et sæt af præmisser, hvis det er umuligt, at alle præmisserne er sande, men konklusionen er falsk. (Logikere er vant til at anvende forskellige terminologiske alternativer til at sige, at en konklusion følger af et bestemt sæt af præmisser: f.eks. at præmisserne *medfører* (eng. 'entail') konklusionen, at konklusionen er en *logisk konsekvens* af præmisserne, at slutningen fra præmisserne til konklusionen er *gyldig*, at argumentet fra præmisserne til konklusionen er *gyldigt*.)

Bemærk, at vi appellerer til en meget streng forestilling om *umulighed*: Når en konklusion følger af et sæt af præmisser, så afhænger umuligheden af præmissernes sandhed og konklusionens falskhed ikke af naturvidenskabens love eller noget tilsvarende – det er på ingen måde ligesom umuligheden af et længdespring over Øresund, eller konstruktionen af en evighedsmaskine. I stedet er forestillingen essentielt, at konklusionens falskhed implicit *modsiges* eller er *inkonsistent* med forestillingen om, at alle præmisserne er sande (forklar den implicitte modsigelse i eksemplerne (1), (2) og (4) ovenfor). Vores foretrukne terminologi er, at et argument er *gyldigt*, hvis konklusionen følger af præmisserne.

Vi bør nu modificere ideen om, at logik er teorien om *rationelt overbevisende argumenter*: for rationelt overbevisende argumenter er gyldige argumenter, der udelukkende har sande eller rimeligt acceptable præmisser. Om et arguments præmisser er sande, er ikke noget, der afgøres af logikken. Det afgøres ved at lave naturvidenskab eller almindelige empiriske undersøgelser. (Logikere kalder normalt de gyldige argumenter med sande præmisser for *sunde* argumenter.) Således ser vi, at (1) og (2) ovenfor er rationelt overbevisende, mens (3) og (4) ikke er det. (3) er ikke rationelt overbevisende, fordi den er ugyldig, og (4) er det ikke fordi ...? Men sandheden af præmisserne i (1) og (2) er ikke afgjort af logik; alt, hvad logik kan gøre, er at vise: 'Hvis vi har givet disse præmisser, hvad følger der så af dem.'

Dvs. logik omhandler sandhed, men kun via studiet af den type argumenter, der bevarer sandhed (der overfører sandhed fra præmisserne til konklusionen) som i de gyldige argumenter, hvor konklusionen følger af præmisserne.

Bemærk: Gyldige argumenter kan have falske præmisser og sande konklusioner, og falske præmisser og falske konklusioner. F.eks. har

George Bush er waliser; alle walisere er over 1,75 m høje; derfor er George Bush over 1,75 m høj

falske præmisser og en sand konklusion, hvorimod

George Bush er waliser; alle walisere er gode rugbyspillere; derfor er George Bush en god rugbyspiller

har falske præmisser og (antageligt) en falsk konklusion.

Derudover kan gyldige argumenter have blandede præmisser (dvs. nogle af præmisserne er sande, og nogle er falske) og falske konklusioner. F.eks.

George Bush er amerikaner; alle amerikanere er demokrater; derfor er George Bush demokrat.

Ligeledes kan gyldige argumenter have blandede præmisser og sande konklusioner. F.eks.

George Bush er amerikaner; alle amerikanere er republikanere; derfor er George Bush republikaner.

Og selvfølgelig kan de have sande præmisser og sande konklusioner:

George Bush er amerikaner; alle amerikanere har ytringsfrihed; derfor har George Bush ytringsfrihed.

**GYLDIGE ARGUMENTER KAN IKKE HAVE SANDE PRÆMISSER
OG EN FALSK KONKLUSION.**

Hvorfor ikke? Fordi et gyldigt argument, ifølge vores intuitive redegørelse, er præcis et sådant argument, hvor det er umuligt for alle præmisserne at være sande og konklusionen falsk. Bemærk også at et argument kan være ugyldigt, selvom dets præmisser og konklusion alle er sande. F.eks.

Ronald Reagan er amerikaner; nogle amerikanere er af irsk afstamning; derfor er Ronald Reagan af irsk afstamning.

Hvorfor er dette ugyldigt? Fordi præmisserne *kunne* være sande, mens konklusionen var falsk – konklusionens falskhed er konsistent med præmissernes sandhed.

Betragt disse eksempler:

- (i) Enten pådrager jeg mig hjerteproblemer, eller også gør jeg ikke. Hvis jeg gør, så vil alle mine forholdsregler have været ineffektive. Hvis jeg ikke gør, så har alle mine forholdsregler været unødvendige. Hvis alle mine forholdsregler har været enten ineffektive eller unødvendige, så har det været spild af tid at tage dem. Derfor har jeg spildt min tid med at tage dem.

- (ii) Enten er Katrine hjemme, eller også er hun ikke hjemme. Hvis hun er hjemme, så har hun ikke fået min besked på arbejdet. Hvis hun ikke er hjemme, så har hun ikke set beskeden, jeg hængte på hendes fordør. Hvis hun enten ikke fik min besked på arbejdet eller ikke har set beskeden på fordøren, så venter hun mig ikke. Derfor venter hun mig ikke.

Lad os fremhæve nogle kendsgerninger ved disse argumenter. De er begge gyldige (dog næppe rationelt overbevisende). Og det er slående, at de på trods af deres forskellige indhold og emne synes at have noget tilfælles. Det som de er fælles om, er deres *form*. Vi kan vise deres fælles form ved først at skematisere de indeholdte domme:

Argument (i)

P ... Jeg pådrager mig hjerteproblemer
 Q ... Alle mine forholdsregler har været ineffektive
 R ... Alle mine forholdsregler har været unødvendige
 S ... Jeg har spildt min tid med at tage dem

Argument (ii)

P ... Katherine er hjemme
 Q ... Hun har ikke fået min besked på arbejdet
 R ... Hun har ikke set beskeden, jeg hængte på hendes fordør
 S ... Hun venter mig ikke

De to argumenters fælles form er naturligt præsenteret som:

- (iii) P eller ikke P; hvis P, så Q; hvis ikke P, så R; hvis Q eller R, så S; derfor S.

Nu kan vi tydeligt se, at det, som gør disse to argumenter gyldige, ikke har noget at gøre med deres respektive emner og indhold. I stedet har det, som vist, noget med deres form at gøre. Man kan umiddelbart se, at hvis præmisserne er sande, så er det ganske umuligt for konklusionen at være falsk udelukkende på grund af den form, de har.

Lad os prøve med to andre eksempler:

- (iv) Hvis der er fugt i tændrørene, så bliver der ikke genereret en gnist. Hvis der ikke genereres en gnist, så vil motoren ikke starte. Derfor vil motoren kun starte, hvis tændrørene er tørre.
- (v) Hvis jeg er sneet inde, når jeg ikke timen. Hvis jeg ikke når timen, så følger

faget ikke planen. Derfor vil faget kun følge planen, hvis jeg ikke er sneet inde.

Her skematiseres argumenterne således:

Argument (iv)

P ... Der er fugt i tændrørene
Q ... Der genereres ikke en gnist
R ... Motoren vil ikke starte

Argument (v)

P ... Jeg er sneet inde
Q ... Jeg når ikke timen
R ... Faget følger ikke planen

Den fælles form er da:

(vi) hvis P, så Q; hvis Q, så R; derfor ikke R kun hvis ikke P.

Igen, på trods af emne og indhold, er begge argumenter gyldige, og deres gyldighed beror på deres fælles form. Lige meget hvad vi sætter ind i stedet for dommene P, Q eller R, så vil det resultere i et gyldigt argument (forudsat at vi gør det konsistent). Argumentformen, der er udtrykt i (vi), har den egenskab, at i enhver instans af den vil det være umuligt for præmisserne at være sande, mens konklusionen er falsk.

Dette er af afgørende betydning, så for at udpensle det nærmere kan vi betragte følgende simple eksempel:

(vii) Hvis det er vådt, så regner det. Det er vådt. Derfor regner det.

Her kan argumentformen vises sådan:

(viii) Hvis P, så Q; P; derfor Q.

Dette er tydeligvis et gyldigt argument. Det er ligeledes klart, at dets gyldighed ikke afhænger af dets emne og indhold (forbindelsen mellem vådhed og regn), men af dets egenskab at have formen (viii). Hvis den første præmis er sand, så har vi, at hver gang P er tilfældet, så er Q også tilfældet; men den anden præmis bekræfter netop, at P er tilfældet; så derfor må Q også være tilfældet.

Den egenskab, vi fokuserer på – at være et gyldigt argument ene og alene i kraft af at have en bestemt form – er et karakteristisk træk ved en stor gruppe af gyldige argumenter. Man kunne måske forvente, at et arguments gyldighed *altid* afhænger af dets form, men det er ikke tilfældet. Der er en lang række eksempler på gyldige argumenter, hvis gyldighed ikke skyldes deres form. F.eks.:

Min hat er rød. Derfor er min hat farvet.

Dette argument er gyldigt, da det klart nok er en begrebslig umulighed, at konklusionen skulle være falsk, mens præmissen er sand. Men betragter vi formen, ser vi, at argumentet er en simpel “P, derfor Q”, og med denne form har vi ikke svært ved at komme med eksempler, der er ugyldige.

Vi kan nu introducere vores foretrukne brug af begrebet om *gyldighed*. Vi behandler gyldighed som en egenskab ved argumentformer. Vi siger, at et argument er af en gyldig form, kun i de tilfælde hvor *alle* argumenter med samme form er gyldige. Gyldighed er derfor en funktion af form, og *formel logik* er ikke overraskende essentielt fokuseret på studiet af gyldige former.

Vi begynder studiet af den formelle logik med en gennemgang af de argumenter, hvis form kan vises som de ovenstående i termer for domme og udtryk – konnektiver – der kan anvendes herom, som f.eks. “hvis ... så ...”, “... og ...”, “... eller ...”, “det er ikke tilfældet, at ...”. Senere udvider vi vores undersøgelse af logisk form til klassen af argumenter, hvis form ikke kan vises blot ved domme og disse konnektiver. Men til at begynde med bekymrer vi os kun om de argumenter, der kan formaliseres indenfor *sætningslogikken* (eller som vi kalder det i denne bog: *domslogikken*).

Den første egenskab, I vil få brug for, er at kunne repræsentere argumenternes former. Dette er i høj grad en erhvervet færdighed. Der findes ingen fuldstændigt effektive mekaniske regler for formalisering, da det ofte er nødvendigt at appellere til en intuitiv forståelse af sætninger og udtryk, for at identificere negationer og synonyme. Dog er det fundamentale skridt, som allerede illustreret, at lede efter tilbagevendende domme og erstatte disse med passende bogstaver. Dette er basalt set et spørgsmål om common sense, samt i de gyldige argumenters tilfælde at retfærdiggøre sine intuitioner omkring, hvad gyldigheden af det specifikke argument egentlig afhænger af.

En sidste bemærkning omkring forholdet mellem form og gyldighed. Da gyldighed ikke er et absolut begreb, kan vi ikke sige, at ethvert argument, der har samme form som et gyldigt argument, må være gyldigt. Det samme argument kan repræsenteres som havende adskillige forskellige former, hvoraf nogle er gyldige, mens andre er